

для снижения силы захвата оправки стенками трубы.

4. Проведен анализ зависимости напряжений захвата оправки стенками протянутой трубы от условий трения и снижения температуры при протяжке и предложены методики расчета максимальной длины поковки по условию съема, исходя из силы обратного хода пресса и условия смятия торца трубы при упоре в съемник.

5. Разработана методика экспериментальных исследований протяжки конических образцов, позволяющая при минимальном количестве оснастки и минимальном объеме испытаний получить максимум информации по влиянию параметров протяжки (угла про-

тяжки, условий трения по кольцу и оправке, соотношения  $d/D$ , формы заходной части оправки, степени деформации) на силы протяжки и максимально допустимую степень деформации.

6. Экспериментально подтверждены аналитические зависимости силы, оптимального угла протяжки и предельной степени деформации от других параметров протяжки. Подтверждено влияние заходной ступени оправки и угла протяжки на степень использования прочности стенки в начальный момент протяжки заготовок с  $d/D \geq 0,7$ . Подтверждено наличие утяжки стенок гильзы после выхода из кольца, что позволяет снизить силу извлечения оправки из протянутой заготовки.

УДК 621.762.4.001.8

Н. А. ШЕСТАКОВ, В. Н. СУБИЧ, доктора техн. наук; Д. А. ВЛАСОВ, аспирант (ГОУ МГИУ, г. Москва)  
E-mail: shes-v@mail.msiu; shes48@yandex.ru (Н. А. Шестаков)

## Расчетный метод построения истинных кривых упрочнения пористых и композиционных материалов

*Предложена методика определения зависимости напряжения текучести и текущей относительной плотности пористых материалов от степени деформации, основанная на конечно-элементном моделировании процесса деформирования представительного элемента (материальной точки) сжимаемой среды. Новая методика виртуального исследования может быть использована взамен физических экспериментальных исследований пористых материалов, а получаемые результаты — для последующего расчета процессов пластического течения сжимаемых сред на основе континуальных представлений.*

*It is offered the technique of definition of porous materials' flow stress and current relative density dependence on deformation degree based on FEM-aided simulation of the process of deformation of compressed environment's representative element (material point). The novel technique of virtual investigation can be used instead of physical experimental researches of porous materials; the results obtained can be used for the subsequent calculation of the processes of compressed environments' plastic flow on the basis of continuum conceptions.*

**Ключевые слова:** пористые материалы; механические свойства; конечно-элементное моделирование; упрочнение; плотность; виртуальный эксперимент.

**Key words:** porous materials; mechanical properties, FEM aided simulation; hardening; density; virtual experiment.

*Работа выполнена в соответствии с Федеральной целевой программой «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009—2013 гг. (ГК № П1123) и грантом РФФИ № 08-08-00407-а.*

Традиционно [1, 2] зависимость напряжения текучести  $\sigma_{ст}$  и текущей относительной плотности  $p$  пористого материала (ПМ) от степени деформации  $\epsilon_0$  определяют экспериментально путем осадки без трения цилинд-

рической заготовки (плоскими плитами или в закрытом контейнере) или осадки без трения призматической заготовки в условиях плоской деформации. Эти методы экспериментальных исследований характеризуются высокой тру-

доемкостью, так как процесс деформирования осуществляется ступенчато с малыми приращениями деформации, а после каждой ступени нагружения необходимо измерять текущую плотность и размеры образца.

Ограничения в выборе методов испытаний, их трудоемкость и недостаточность информации для построения полноценной феноменологической теории течения пористых материалов обуславливают необходимость разработки виртуальных методов определения физико-механических свойств ПМ [3].

Цель настоящей работы — разработка методики виртуального проведения перечисленных экспериментальных исследований для определения функций  $\sigma_{Sn} = \sigma_{Sn}(\varepsilon_0)$  и  $p = p(\varepsilon_0)$  на основе конечно-элементного моделирования процесса деформирования представительного элемента (материальной точки) пористого тела. При данном подходе рассматривается упрочнение за счет пластического деформирования частиц пористой среды и уплотнения путем заполнения пор. Иные механизмы уплотнения (диффузия, спекание и др.) не учитываются, так как при холодном уплотнении спеченных заготовок их влияние не существенно.

Предлагаемый подход может быть применен для определения свойств не только материалов, состоящих из однокомпонентного базового материала и пор, но и неоднородных (двух- и многокомпонентных) беспористых и пористых композиционных сред.

В настоящей работе поведение представительного объема при пластическом течении неоднородных (многокомпонентных и пористых) сред моделируется на примере деформирования элементарной области, изначально заполненной сеткой конечных элементов (КЭ) с различными свойствами.

Рассмотрим алгоритм построения сетки на примере задания двухкомпонентной среды с относительным долевым распределением компонент (плотностей).

Пусть задана пористая среда с относительным долевым распределением пор и базового материала (плотностей)  $p_1$  и  $p_2$  ( $p_1 + p_2 = 1$ ). В качестве представительного объема выбрана прямоугольная двумерная область (для

плоской и осесимметричной задач), заполненная  $m \times n$  прямоугольными конечными элементами, где  $m$  — число строк,  $n$  — число столбцов. С помощью генератора случайных чисел несложно произвольным образом выбрать  $p_1 \times m \times n$  элементов и присвоить им свойства первой компоненты, а оставшимся  $p_2 \times m \times n$  элементам — свойства второй компоненты. Однако при таком подходе распределение свойств по представительному объему может оказаться существенно неоднородным.

Поэтому в качестве дополнительного условия выбрано условие изотропности горизонтальных и вертикальных рядов сетки КЭ, т. е. соотношение компонент в каждом ряду должно быть одинаковым и соответствовать заданному долевым распределению пор и базового материала.

В этом случае свойства присваивают элементам случайным образом не по всему объему, а по рядам, например вертикальным, при этом контролируют плотность свойств в каждом горизонтальном ряду. Если заданная плотность одной компоненты в некотором горизонтальном ряду достигнута, то оставшимся элементам строки присваивают свойства другой компоненты, а распределение свойств в столбце осуществляют только в свободных элементах. Однако при таком подходе возрастает детерминированность распределения свойств в последних рядах, что приводит к появлению полос с одинаковыми свойствами.

Для исключения возникновения такой неоднородности используют алгоритм случайной перестановки столбцов (рис. 1). Так как в каждой строке и столбце распределение свойств соответствует заданным плотностям, такая процедура не нарушает выбранного условия. Аналогичные алгоритмы используют для задания свойств трех и более компонен-

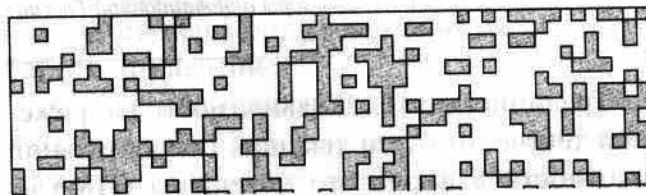


Рис. 1. Используемая в расчетах сетка конечных элементов для представительного объема ( $p_1 = 30\%$ ,  $p_2 = 70\%$ )



тных сред. При этом контролируют распределение всех компонентов в каждой строке и столбце сетки КЭ.

При моделировании пористых сред используют аналогичный подход. После задания распределения свойств по сетке КЭ элементы со свойствами пор удаляют из сетки. Кроме этого, удаляют также не включенные в сетку узлы.

Для проверки адекватности предлагаемого подхода были проведены физические и виртуальные эксперименты по определению зависимостей  $\sigma_{\text{сп}} = \sigma_{\text{сп}}(\varepsilon_0)$  и  $p = p(\varepsilon_0)$ .

Физические эксперименты были проведены с использованием медного порошка марки ПМС-Н. Из порошка получали брикеты различной плотности в шелевом штампе путем прессования с двухсторонним приложением нагрузки. Высота полученных брикетов — 30 мм, ширина — 30 мм, длина — 150 мм. Порошок дозировали по массе путем взвешивания на электронных весах. Всего было подготовлено 30 брикетов с относительной плотностью 0,585; 0,688 и 0,785 (по 10 штук).

Далее брикеты спекали в среде водорода в течение 12 ч при температуре в рабочих камерах 960 °С и температуре разгона 620 °С. После спекания относительная плотность брикетов составила 0,78; 0,83 и 0,88.

Из брикетов вырезали образцы в виде кубиков с размерами 18×18×18 мм. Все грани кубиков подвергали шлифованию в размер. Для испытания на одноосное сжатие было изготовлено 27 образцов с различной относительной плотностью, которые были разделены на партии по девять штук (для каждого из трех значений относительной плотности). В каждой партии три образца подвергали испытанию на одноосное сжатие в направлении брикетирования и по три образца — соответственно в направлении ширины и длины брикетов.

Сопоставление результатов испытаний образцов в различных направлениях по отношению к направлению действия активной силы прессования брикетов показало, что исходное состояние образцов, изготовленных из спеченных брикетов, с достаточной точностью можно принять изотропным.

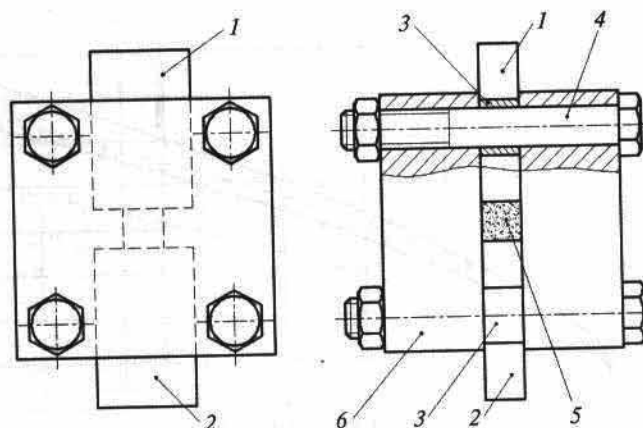


Рис. 2. Схема штампа для испытания образцов из спеченных порошков на сжатие в условиях плоской деформации:

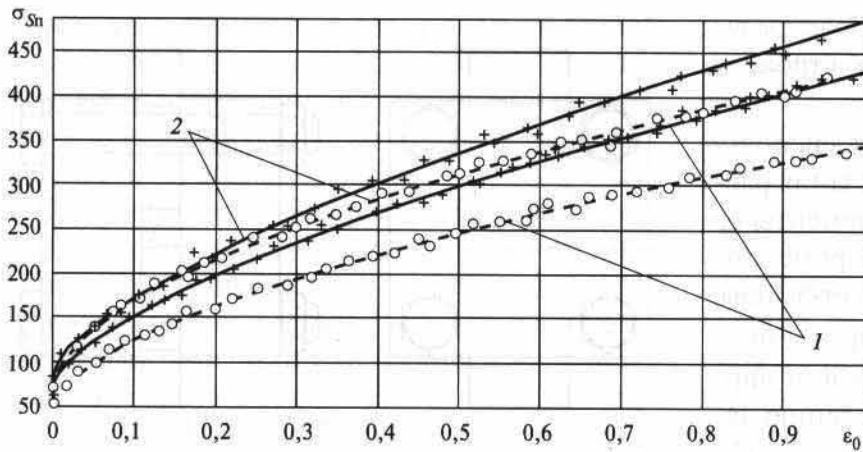
1 и 2 — верхний и нижний пуансоны; 3 — дистанционная втулка; 4 — стяжной болт; 5 — испытуемый образец; 6 — боковая плита

Для испытания на сжатие в условиях плоской деформации использовали штамп, схема которого приведена на рис. 2. Деформирование осуществляли на прессе Instron 1255, обеспечивающем точность измерения хода ползуна  $\pm 0,01$  мм и точность измерения силы деформирования  $\pm 2$  %.

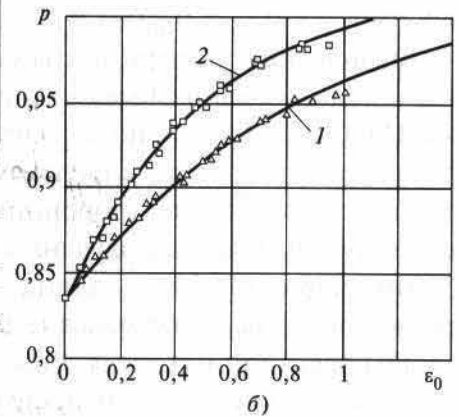
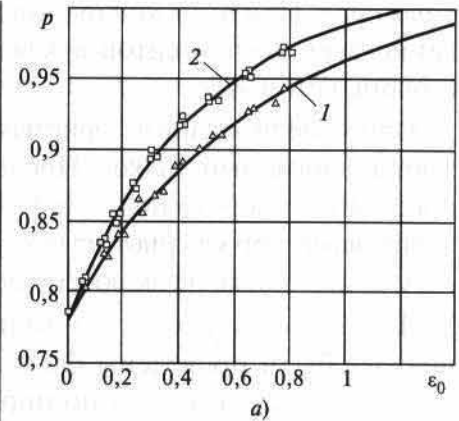
Деформирование всех партий образцов осуществляли ступенчато с промежуточными разгрузками для измерения текущих размеров и плотности, а также для уменьшения сил трения. Плотность определяли гидростатическим взвешиванием. Для уменьшения влияния сил трения применяли также полиэтиленовые прокладки и смазывание литолом. Шаг изменения степени деформации составлял 0,02...0,04. Испытания прекращали после образования магистральных трещин, приводящих к нарушению целостности образцов.

На рис. 3 приведены экспериментальные зависимости напряжения текучести  $\sigma_{\text{сп}}$  от степени деформации  $\varepsilon_0$ , полученные при испытании спеченных образцов из медного порошка с различной начальной плотностью на одноосное сжатие и сжатие в условиях плоской деформации, а на рис. 4 — экспериментальные зависимости относительной плотности от степени деформации  $\varepsilon_0$ .

Экспериментальные зависимости  $\sigma_{\text{сп}} = \sigma_{\text{сп}}(\varepsilon_0)$ ,  $p = p(\varepsilon_0)$  для исследуемых матери-



**Рис. 3.** Экспериментальные зависимости  $\sigma_{Sn}$  от  $\epsilon_0$  для спеченных образцов из медного порошка:  
1, 2 — начальная плотность  $\rho_n = 0,78$  и  $0,83$  соответственно; ---- — одноосное сжатие; — — сжатие в условиях плоской деформации



**Рис. 4.** Экспериментальные зависимости  $\rho$  от  $\epsilon_0$  для спеченных образцов из медного порошка:  
а, б —  $\rho_n = 0,78$  и  $0,83$  соответственно; 1, 2 — одноосное сжатие и сжатие в условиях плоской деформации соответственно

алов аппроксимированы следующими формулами:

$$\sigma_{Sn}(\epsilon_0) = \sigma_T + m_1 \epsilon_0^{n_1}; \tag{1}$$

$$\rho(\epsilon_0) = \rho_n + m_2 \epsilon_0 e^{-n_2 \epsilon_0}, \tag{2}$$

где  $\epsilon_0 = \int \dot{\epsilon}_n dt$ ;  $\dot{\epsilon}_n$  — интенсивность скоростей деформаций.

Коэффициенты аппроксимации экспериментальных кривых упрочнения (1) и кривых уплотнения (2) для исследуемых марок материалов приведены в таблице, в которой величины  $\tilde{\epsilon}$  и  $\tilde{\rho}$  соответствуют степени деформации и плотности в момент разрушения осаживаемых образцов.

Далее были проведены виртуальные эксперименты по осадке представительных элементов одноосным сжатием в условиях осесимметричной и плоской деформации в соответствии с предложенным подходом при  $\rho_n = 0,78$  и  $0,83$ . Для этого выбрана прямоугольная двумерная область размером  $100 \times 50$  КЭ. Из них для  $\rho_n = 0,78$  количеству КЭ, равному  $0,78 \times 100 \times 50$ , присвоены свойства материала основы, а количество КЭ, равное  $0,22 \times 100 \times 50$ ,

случайным образом удалено по описанному выше алгоритму. Для  $\rho_n = 0,83$  количеству КЭ, равному  $0,83 \times 100 \times 50$ , присвоены свойства материала основы, а количество КЭ, равное  $0,17 \times 100 \times 50$ , также случайным образом удалено.

**Коэффициенты аппроксимации экспериментальных кривых упрочнения и кривых уплотнения исследуемых материалов**

Вид нагружения	$\rho_n$	$\sigma_T$ , МПа	$n_1$	$m_1$ , МПа	$n_2$	$m_2$	$\tilde{\epsilon}$	$\tilde{\rho}$
Одноосное сжатие	0,779	48	0,59	295	0,535	0,325	0,78	0,95
	0,833	71	0,55	355	0,415	0,24	0,9	0,97
Сжатие в условиях плоской деформации	0,779	73	0,65	355	0,72	0,44	0,75	0,94
	0,833	104	0,6	452	0,647	0,292	0,9	0,98

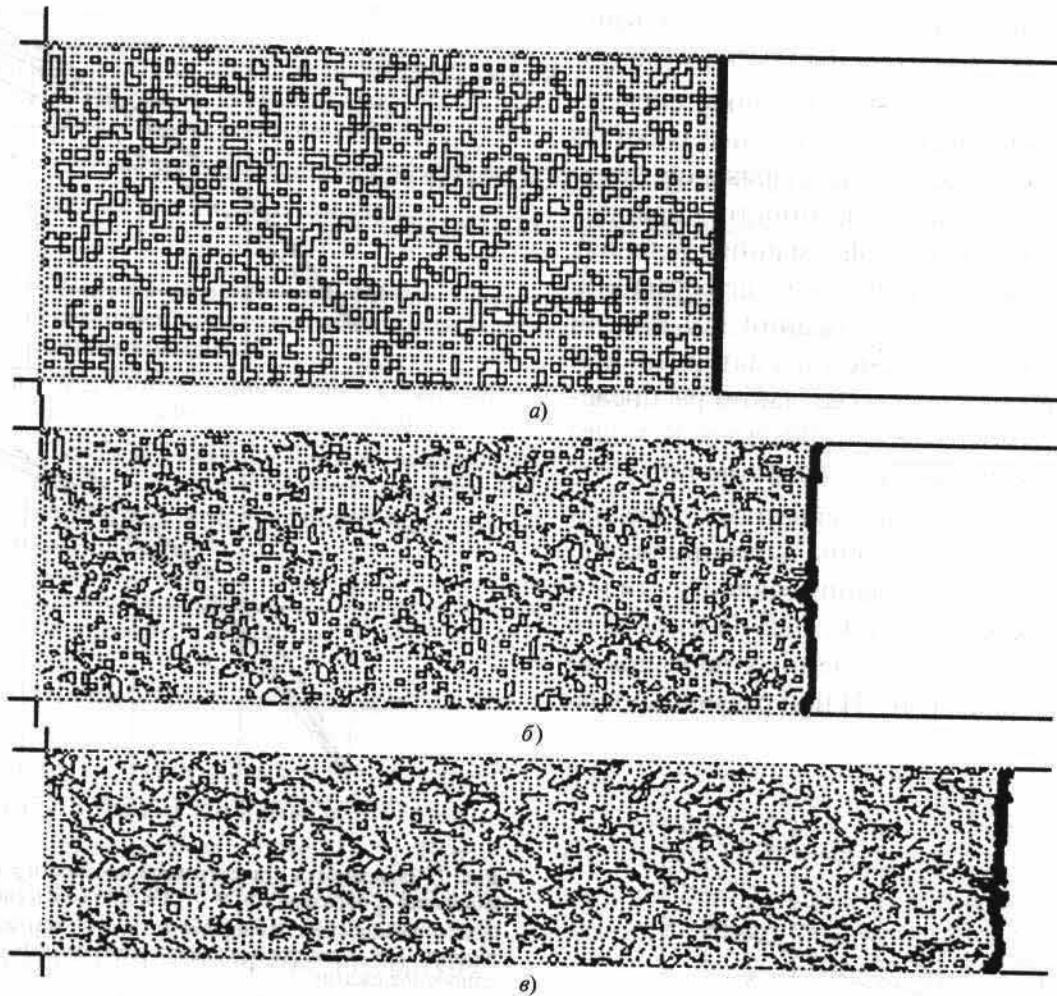


Рис. 5. Деформация представительного элемента пористого материала (показана половина сечения):  
 а — начальное положение,  $p_n = 0,78$ ; б, в — ход ползуна  $H = 2$  и  $4$  мм,  $p = 0,858$  и  $0,924$  соответственно

На рис. 5 в качестве примера приведены видеокadres осадки в условиях плоской деформации представительного элемента с начальной плотностью  $p_n = 0,78$ . Наружный слой элемента сделан «сплошным» для упрощения расчета объема тела и соответственно его текущей относительной плотности  $p$ .

Кривая упрочнения материала основы (медного порошка ПМС-Н) получена путем испытания на осадку образцов из прутковой меди М1, соответствующей по химическому составу порошку ПМС-Н, и задана в виде степенной зависимости  $\sigma_S = 435 \varepsilon_0^{0,15}$  (МПа). В качестве результатов расчета получена величина текущего объема представительного элемента и его размеры (высота и средний диаметр), а также текущая относительная плотность и зависимость силы деформирования от хода ползуна прессы.

Следует отметить, что в реальных материалах, используемых для исследования механических свойств, поры также распределены случайным образом. Поэтому при сопоставлении расчетных и экспериментальных данных можно сравнивать только средние значения параметров и использовать их для оценки точности расчетов.

Построенные по результатам расчета (виртуального эксперимента) зависимости  $\sigma_{СП} = \sigma_{СП}(\varepsilon_0)$  при различных схемах нагружения и начальной плотности приведены на рис. 6 (кривые 4, 5). Для сопоставления с результатами физического эксперимента на рис. 6 приведены зависимости  $\sigma_{СП} = \sigma_{СП}(\varepsilon_0)$ , построенные по формуле (1) (кривые 2, 3).

На рис. 7 приведены расчетные зависимости  $p = p(\varepsilon_0)$  начальной плотности (кривые 3, 4), которые также сопоставлены с результатами



физического эксперимента (кривые 1, 2). Кривые 1, 2 на рис. 7 построены по формуле (2).

**Выводы.** 1. Разработана методика проведения виртуальных экспериментальных работ по исследованию зависимости напряжения текучести и относительной плотности пористых материалов от степени деформации в условиях одноосного сжатия и плоской деформации. Методика основана на создании КЭ-модели представительного элемента (материальной точки) пористого тела со случайно распределенными прямоугольными пустыми КЭ-элементами, имитирующими свойства пор.

2. С целью проверки адекватности предлагаемой методики проведены натурные экспериментальные исследования зависимости напряжения текучести и текущей плотности от степени деформации спеченных образцов из медного порошка ПМС-Н при различных зна-

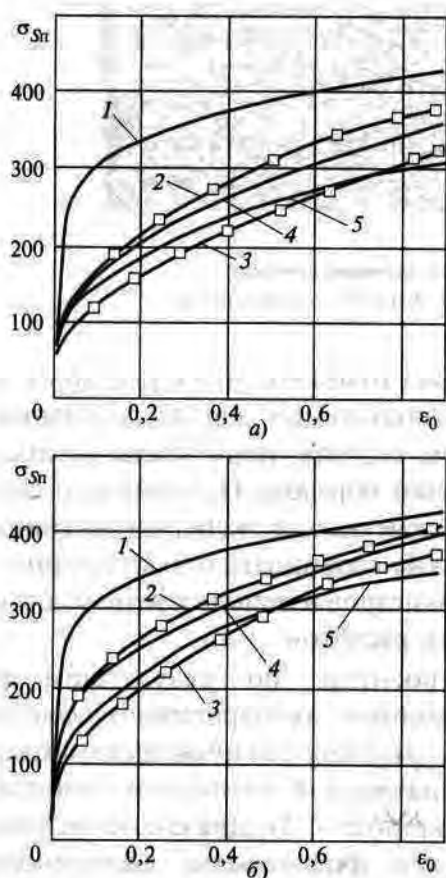


Рис. 6. Зависимости напряжения текучести  $\sigma_{Sn}$  образцов из пористой меди от степени деформации  $\epsilon_0$  при одноосном сжатии (а) и сжатии в условиях плоской деформации (б):

1 — кривая упрочнения материала основы; 2, 3 — физический эксперимент; 4, 5 — виртуальный эксперимент; 2, 3, 4, 5 —  $p_n = 0,83; 0,78; 0,83; 0,78$  соответственно

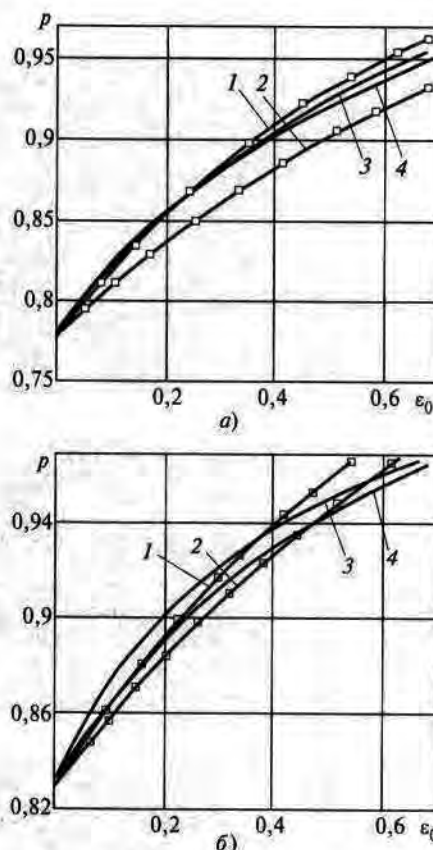


Рис. 7. Зависимость относительной плотности  $\rho$  от степени деформации  $\epsilon_0$  образцов с  $p_n = 0,78$  и  $0,83$  (а и б соответственно): 1, 2 — физический эксперимент; 3, 4 — виртуальный эксперимент; 1, 3 — сжатие в условиях плоской деформации; 2, 4 — одноосное сжатие

чениях начальной плотности. Сопоставление результатов виртуального и физического экспериментов показало, что погрешность расчетов составляет не более 10 %.

3. Новая методика виртуального исследования свойств спеченных порошковых материалов может быть использована взамен физических экспериментальных исследований пористых материалов, а получаемые результаты — для последующего расчета процессов пластического течения сжимаемых сред на основе континуальных представлений.

#### Список литературы

1. Шестаков Н. А., Субич В. Н., Демин В. А. Уплотнение, консолидация и разрушение пористых материалов. М.: Физматлит, 2009. 272 с.
2. Doraivelu S.M. et al. A new yield function for compressible p/m materials // International Journal of Mech. Sciences. 1984. V. 26. № 9/10. P. 527—535.
3. Власов А. В., Субич В. Н., Шестаков Н. А. Моделирование механических свойств пористых и композитных материалов // Заготовительные производства в машиностроении. 2010. № 3. С. 31—35.