

Министерство образования и науки Российской Федерации

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования**

«Тульский государственный университет»

ISSN 2071-6168

**ИЗВЕСТИЯ
ТУЛЬСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА**

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Выпуск 7

Часть 2

**Тула
Издательство ТулГУ
2013**

**VYPUCHIVANIYE OF ANISOTROPIC SHEET METAL WHEN EDITING WITH
THE INCREASED LENGTHENINGS**

S.S. Yakovlev, K.S. Remnev

The mathematical model of operation of editing of a thin strip from a material possessing plane anisotropy of mechanical properties, by stretching with the increased lengthenings is given. Conditions of steady course of operation of editing by stretching of an anisotropic strip with the increased lengthenings are revealed.

Key words: anisotropy, editing, stretching, tension, deformation, stability.

Yakovlev Sergey Sergeevich, doctor of technical sciences, professor, mpf-tula@rambler.ru, Russia, Tula, Tula State University,

Remnev Kirill Sergeevich, candidate of technical sciences, mpf-tula@rambler.ru, Russia, Tula, Tula State University

УДК 621.77.4:621.762.4

**ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ПЛАСТИЧЕСКОГО
ТЕЧЕНИЯ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Н.А. Шестаков, А.А. Бормотов

На основе дискретной КЭ-модели представительного объема (материальной точки) пористой среды установлена количественная зависимость физических функций, определяющих пластическое течение пористых необратимо сжимаемых материалов, от схемы напряженного состояния. Разработанная дискретная модель предоставляет количественные данные об указанном влиянии для их использования в континуальной феноменологической модели пористых сред.

Ключевые слова: порошковые материалы, теория пластичности, функции плотности, схема нагружения

Известно, что пористые материалы (ПМ) относятся к классу дилатирующих материалов. Основное влияние на эффекты дилатансии, оказывает показатель жесткости схемы напряженного состояния [1]:

$$\eta = 3\sigma / \sigma_{\text{H}}, \quad (1)$$

где $\sigma = \sigma_{ij} / 3$ – среднее напряжение (гидростатическое давление);

$\sigma_{\text{H}} = \sqrt{(3/2)s_{ij}s_{ij}}$ – интенсивность напряжений; s_{ij} – компоненты девиатора напряжений.

При построении определяющих уравнений для сред, механические характеристики которых зависят от схемы напряженного состояния необходимо учитывать особенности, связанные с дилатансией.

Анализ пластического течения пористых материалов (порошковых, гранулированных и т.п.) проводят на основе определяющих соотношений для сжимаемых материалов, полученных с использованием эллипсоидной поверхности нагружения Р.Дж. Грина записанной в виде, приведенном в [2]:

$$\alpha\sigma_{\text{н}}^2 + \beta\sigma^2 = \sigma_{\text{сп}}^2 = \delta\sigma_s^2 \quad (2)$$

где α , β и δ – функции относительной плотности $p = 1 - V_{\text{п}}/V$ и других характеристик материала и процесса деформирования (температуры и т.д.); $V_{\text{п}}$ – объем пор в пористой заготовке; V – объем пористой заготовки; σ_s , $\sigma_{\text{сп}}$ – соответственно напряжения текучести материала основы и пористого тела.

Ассоциированный с (2) закон течения дает зависимости между деформациями и напряжениями при пластическом течении ПМ в виде:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = 3\dot{\lambda}[\alpha s_{ij} + 2\beta\sigma\delta_{ij}/9]; \quad (3)$$

$$\dot{\epsilon}_v = \dot{\epsilon}_{ii} = 2\dot{\lambda}\beta\sigma; \quad (4)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}_v\delta_{ij}/3 = 3\dot{\lambda}\alpha s_{ij}; \quad (5)$$

$$\dot{\lambda} = \dot{\bar{\epsilon}}_{\text{н}}/2\bar{\sigma}_{\text{н}}; \quad (6)$$

где $\dot{\epsilon}_{ij}$ и $\dot{\epsilon}_{ij}$ – компоненты тензора и девиатора скоростей деформации; $\dot{\bar{\epsilon}}_{\text{н}} = \sqrt{\dot{\epsilon}_{\text{н}}^2/\alpha + \dot{\epsilon}_v^2/\beta}$ – интенсивность приведенных скоростей деформаций; $\dot{\epsilon}_{\text{н}} = \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}/3}$ – интенсивность скоростей деформаций; $\dot{\epsilon}_v$ – скорость объемной деформации; $\bar{\sigma}_{\text{н}} = \sqrt{\alpha\sigma_{\text{н}}^2 + \beta\sigma^2}$ – интенсивность приведенных напряжений.

В приведенных соотношениях экспериментальному определению подлежат материальные функции α , β и $\sigma_{\text{сп}}$, в зависимости от относительной плотности. Корректная методика проведения экспериментальных работ по определению указанных материальных функций опубликована в работе [3], в которой установлена необходимость применения двух видов независимых испытаний для построения поверхности нагружения. В работе [3] приведены зависимости необходимые для расчета перечисленных функций на основании экспериментальных данных по одноосному сжатию пористых образцов и сжатию в условиях плоской деформации. В этой же работе проведена проверка новой методики виртуальных эксперименталь-

ных исследований реологических свойств пористых материалов, получившая развитие в работах [4, 5]. Методика виртуальных экспериментальных исследований основана на применении конечноэлементной модели деформации образца, удовлетворяющего постулату макрофизической определенности А.А. Ильюшина. Реализация процесса деформации такого образца осуществлялась с использованием разработанного авторами специального программного комплекса [6]. Для выполнения данной работы программный комплекс был модернизирован путем введения дополнительных опций, позволяющих создавать заранее заданное боковое давление на образец в процессе испытания на одноосное сжатие, а также переменное боковое давление, изменяющееся в соответствии с программой пропорционального нагружения, когда параметр $\eta = \text{const}$ в процессе испытания. Новые возможности программного комплекса позволяют рассмотреть более общий случай - испытание цилиндрических образцов на одноосное сжатие с боковым давлением q_0 и на этой основе исследовать влияние схемы нагружения на материальные функции, используемые в континуальной модели течения пористых материалов.

В указанном более общем случае $\sigma_r = \sigma_\varphi = -q_0$, $\sigma_z = -q$, а величины σ_H , σ и компоненты девиатора напряжений вычисляются так:

$$\begin{aligned} \sigma_H = q - q_0; \quad \sigma = -\frac{1}{3}(q + 2q_0); \\ s_r = s_\varphi = -q_0 + \frac{1}{3}(q + 2q_0); \quad s_z = -q + \frac{1}{3}(q + 2q_0). \end{aligned} \quad (7)$$

В результате виртуального эксперимента определяются текущие величины осевого давления q , плотности пористого образца ρ_H и коэффициента поперечной деформации $\mu_p = -de_p / de_z$.

Подставляя (7) в (3), получаем формулу, связывающую коэффициент поперечной деформации $\mu_p = -\Delta e_p / \Delta e_z$ с функциями плотности при осевом сжатии с боковым давлением:

$$\mu_p = -\frac{1}{2} \cdot \frac{9\alpha(q - q_0) - 2\beta(q + 2q_0)}{9\alpha(q - q_0) + \beta(q + 2q_0)} \quad (8)$$

Подставляя величины σ_H и σ из (7) в (2), получаем второе уравнение, связывающее экспериментальную функцию q и заданную функцию q_0 с функциями пористости:

$$9\alpha(q - q_0)^2 + \beta(q + 2q_0)^2 = 9q_{0c}^2 \quad (9)$$

и тогда, разрешая это уравнение совместно с (8) относительно функций α , β , имеем:

$$\alpha = \frac{2q_{oc}^2(1+\mu_p)}{3(q-q_0)(q-2\mu_p q_0)} \quad (10)$$

$$\beta = \frac{3q_{oc}^2}{(q+2q_0)} \cdot \frac{(1-2\mu_p)}{(q-2\mu_p q_0)} \quad (11)$$

Формулы (10), (11) устанавливают функции плотности по результатам следующих двух видов испытаний: сжатие с заданным боковым давлением и одноосное сжатие.

Из (7) вытекает связь между параметром η и величинами q и q_0 :

$$\eta = -\frac{(q+2q_0)}{(q-q_0)} \quad (12)$$

Из (8), если положить $q_0=0$, следует, что при одноосном сжатии, когда $q=q_{oc}$ коэффициент $\mu_p = (9\alpha - 2\beta) / 2(9\alpha + \beta)$. Равенство $q_0 = q$ соответствует всестороннему равномерному сжатию, при этом, как следует из (8): $\mu_p = -1$. Следовательно, на основании соотношения (8), можно сделать вывод о том, что для любой заданной плотности, при изменении схемы нагружения от одноосного сжатия без ограничения течения в боковых направлениях до всестороннего равномерного сжатия, величина коэффициента поперечной деформации изменяется в пределах:

$$(9\alpha - 2\beta) / 2(9\alpha + \beta) \geq \mu_p \geq -1, \quad (13)$$

а для малопористых материалов, когда $\alpha \rightarrow 1$, $\beta \rightarrow 0$ величина μ_p лежит в интервале: $1/2 > \mu_p \geq -1$. Подчеркнем, что это неравенство справедливо при значении параметра Надаи-Лодэ $\mu_\sigma = 1$.

Из (8) при $\mu_p \leq 0$ следует еще одно неравенство:

$$\frac{q}{q_0} \leq \frac{(9\alpha + 4\beta)}{(9\alpha - 2\beta)} \quad (14)$$

Таким образом, если выполняется неравенство (14), то $e_p \leq 0$. Это означает, что при достижении бокового давления q_0 некоторой величины осевое сжатие цилиндрического образца сопровождается уменьшением его диаметра. Экспериментальное подтверждение этого результата можно найти в работе [7].

Вычислим отношение $D_{oc} = \beta / \alpha$ для рассматриваемого случая осевого сжатия с боковым давлением:

$$D_{oc} = -\frac{9}{2\eta} \cdot \frac{1-2\mu_p}{1+\mu_p} \quad (15)$$

На рис. 1 сплошными линиями показаны результаты расчета по зависимости (15). Отношение D_{oc} в зависимости от η при одинаковых зна-

чениях μ_p различаются в несколько раз. Это отношение зависит только от экспериментально определяемого коэффициента поперечной деформации и инварианта η , характеризующего схему напряженного состояния.

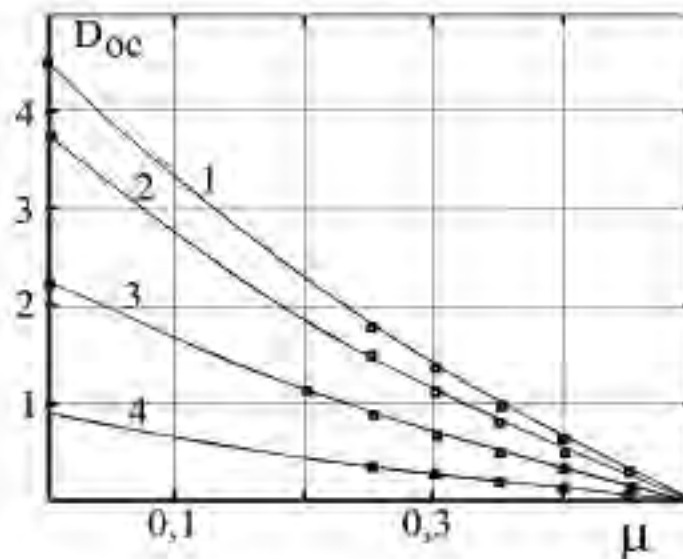


Рис. 1. Зависимость отношения функций плотности D_{0c} от коэффициента поперечной деформации μ_p при осевом сжатии с боковым давлением: 1 - $\eta = -1$; 2 - $\eta = -1,2$; 3 - $\eta = -2$; 4 - $\eta = -5$.

Сплошные линии – результат расчета по формуле (15);

точки – результат виртуальных экспериментов

Зависимость (15) является прямым следствием ассоциированного с поверхностью текучести (2) закона течения. Таким образом, установленная связь между функциями плотности и схемой напряженного состояния является также прямым следствием применения поверхности текучести в виде эллипсоида (2) и ассоциированного с ним закона для описания течения сжимаемых материалов.

Полученные соотношения (15), (10) и (11) и проведенный анализ указанных соотношений позволяют утверждать, что схема напряженного состояния оказывает существенное влияние на величину коэффициента поперечной деформации, а следовательно, и на функции α и β . Для учета влияния схемы нагружения на указанные материальные функции, входящие в определяющие уравнения необратимо сжимаемых сред (2)–(6) необходимы испытания этого класса материалов на установках с камерой высокого давления. В связи с уникальностью таких установок и трудоемкостью экспериментов подобные испытания, как правило, не проводились, а расчет процессов пластического течения пористых материалов проводится без учета влияния схемы напряженного состояния. Разработанная авторами данной работы методология, изложенная в работах [3–5] и модернизированный программный комплекс [6] позволяет преодолеть указанные

трудности.

Далее по методике, описанной в [5] были проведены виртуальные эксперименты по осадке конечноэлементных (КЭ) моделей представительных объемов спеченного медного порошка в условиях одноосного сжатия и сжатия с боковым давлением, для начальной относительной плотности $p_0=0,78$. Для этого выбрана прямоугольная двумерная область размером 50×50 элементов. Из них для $p_0=0,78$ количеству КЭ равному $0,78 \times 50 \times 50$ присвоены свойства материала основы, а количество элементов сетки равное $0,22 \times 50 \times 50$ случайным образом удалено. Свойства материала основы (меди) для виртуального эксперимента задавались функцией $\sigma_z = 435 \epsilon_0^{0,15}$. Было произведено моделирование деформации представительных объемов с соблюдением условия пропорционального нагружения $\eta = \text{const}$ при значениях $\eta = -1; -1,2; -2$ и -5 .

На рис. 2 для примера приведены схема нагружения и начальная (а) и промежуточная (б) формы представительного элемента (материальной точки) пористого тела при осадке в условиях осесимметричной деформации с начальной плотностью $p=0,78$ при $\eta = -2$. Наружный слой элементов сделан «сплошным» для упрощения подсчета объема тела и, соответственно, его текущей относительной плотности p .

В качестве результатов виртуальных экспериментов получен текущий объем представительного элемента и его размеры: высота и средний диаметр, а также текущая относительная плотность и зависимость силы деформации от хода ползуна при различных значениях η .

На рис. 3 приведена зависимость коэффициента поперечной деформации $\mu_p = -\Delta e_p / \Delta e_z$ от текущей плотности представительного объема при различных значениях η . Полученные данные о коэффициенте поперечной деформации позволили произвести расчет отношения D_{oc} по формуле (15). Результаты расчета приведены на рис. 1 в виде точек, которые практически точно легли на аналитические кривые. Полученное совпадение результатов свидетельствует, во-первых, об адекватности дискретной модели представительного объема пористой среды, а, во-вторых, устанавливает инвариантность величины D_{oc} к свойствам материала.

Данные о коэффициенте поперечной деформации позволили произвести расчет функций плотности α и β . Результаты приведены на рис. 4 и показывают, что схема напряженного состояния оказывает значительное влияние на функции плотности, а, следовательно, на процесс пластического течения пористой среды.

Для иллюстрации влияния схемы напряженного состояния на результаты расчета течения пористого материала можно привести следующие численные данные. В качестве исходных данных примем результаты расчета необходимых величин в процессе виртуальных экспериментов,

приведенные в таблице.

Результаты виртуального эксперимента

Расчетные данные для виртуального эксперимента при $\eta = -1$					Расчетные данные для виртуального эксперимента при $\eta = -2$				
p	σ_{II}	σ	α	β	p	σ_{II}	σ	α	β
0,8	117,7	39,23	0,669	0,994	0,8	151,46	59,179	0,502	0,665
0,82	156,6	52,2	0,684	0,947	0,82	197,12	84,619	0,511	0,653
0,85	188,72	62,9	0,726	0,823	0,85	233,33	104,43	0,52	0,632
0,88	219,6	73,2	0,769	0,660	0,88	265,33	122,76	0,559	0,591
0,9	244,21	81,29	0,817	0,574	0,9	291,69	139,3	0,578	0,540
0,92	269,61	89,87	0,874	0,476	0,92	312,1	156,92	0,617	0,512
0,94	300,46	100,15	1,043	0	0,94	334,38	172,26	0,703	0,395
0,95	310,31	103,44	1,132	0	0,95	336,59	184,11	0,750	0,335

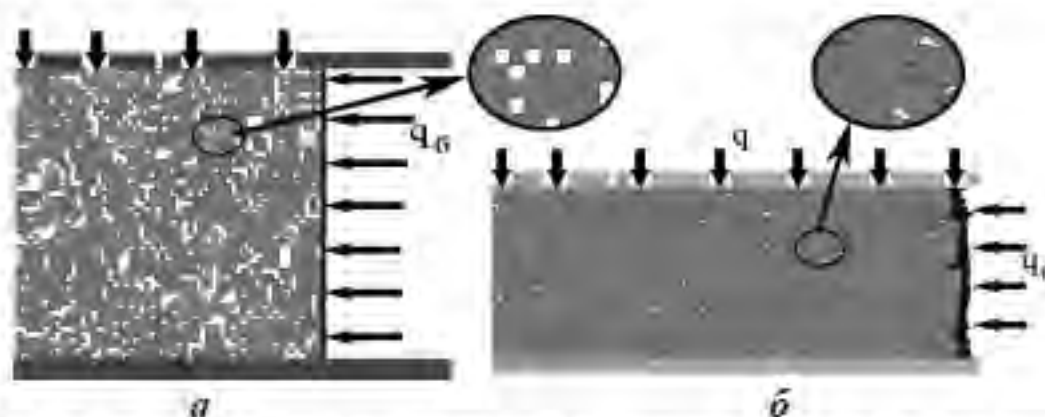


Рис. 2. Схема нагружения и конечно элементная модель материальной точки пористой среды при осадке в условиях осесимметричной деформации с начальной плотностью $p=0,78$ при $\eta = -2$

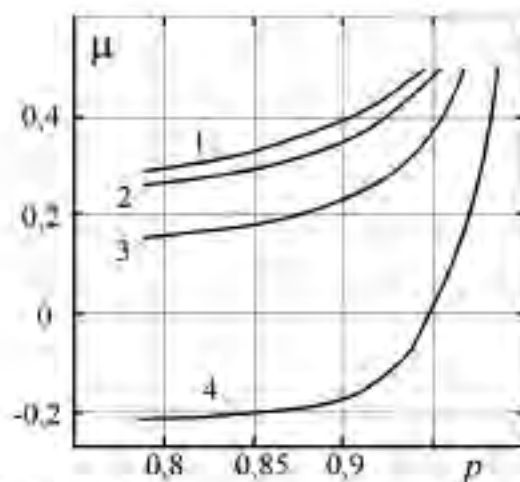


Рис. 3. Зависимость коэффициента поперечной деформации μ_p от текущей плотности p представительного объема: 1 - $\eta = -1$; 2 - $\eta = -1,2$; 3 - $\eta = -2$; 4 - $\eta = -5$

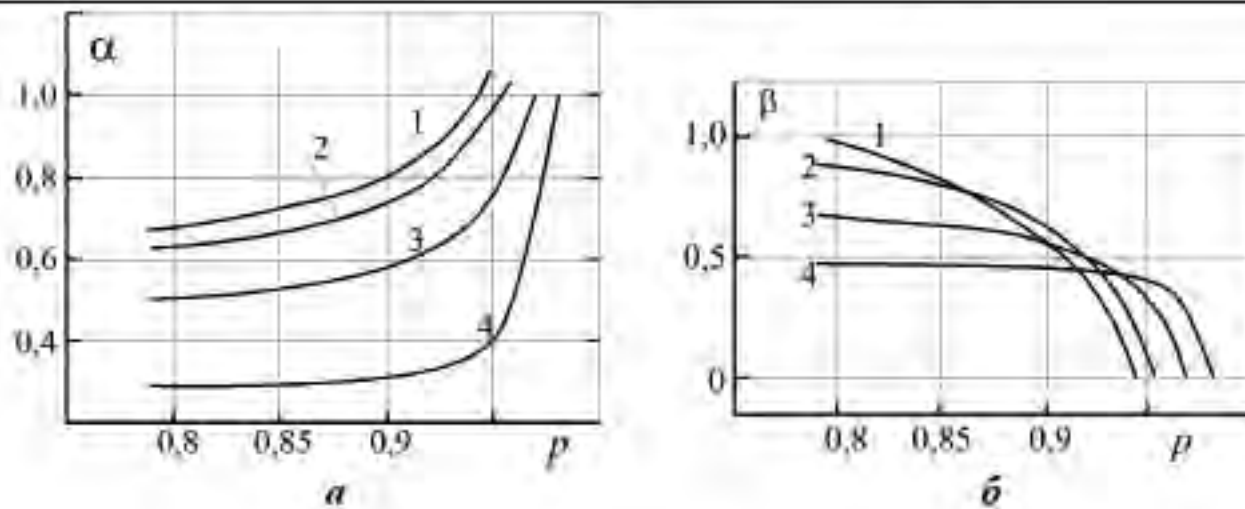


Рис. 4. Зависимость функций плотности α (а) и β (б) от текущей плотности ρ представительного объема:
 1 - $\eta = -1$; 2 - $\eta = -1,2$; 3 - $\eta = -2$; 4 - $\eta = -5$.

По существующим методикам считается, что независимо от схемы напряженного состояния величины α и β зависят только от плотности и подлежат определению при испытании на одноосное сжатие. Таким образом, например для плотности $\rho = 0,85$ при $\eta = -1$ они принимают следующие значения $\alpha_1 = 0,726$; $\beta_1 = 0,823$ (см. таблицу). При $\eta = -1$, когда $q_{\delta} = 0$ выполняется равенство $\sigma_H = q_{oc} = 188,72$ (см. таблицу). Проверим, выполняется ли условие (2) при этих значениях α и β при осевом сжатии с боковым давлением при $\eta = -2$. Подставляя в левую часть условия (2) $\sigma_H = 233,33$; $\sigma = 104,43$ получаем $\sqrt{\alpha\sigma_H^2 + \beta\sigma^2} = 220,23$. Полученный результат превышает величину 188,72 на 17%. Однако, если в условие (2) подставить значение функций плотности с учетом схемы напряженного состояния $\alpha_1 = 0,52$; $\beta_1 = 0,632$ в соответствии с таблицей, то результат вычисления будет следующий: $\sqrt{\alpha\sigma_H^2 + \beta\sigma^2} = 187,624$. Этот результат отличается от требуемой величины 188,72 на 0,6%. Некоторое отклонение от точного совпадения объясняется естественной для численных расчетов осциллирующей результатов расчета.

Основным выводом, вытекающим из проведенного исследования, является установление на основе дискретной КЭ модели количественной зависимости физических функций, определяющих пластическое течение пористых необратимо сжимаемых материалов, от схемы напряженного состояния. Разработанная дискретная модель представительных элементов пористых сред предоставляет количественные данные об указанном влиянии для их использования в континуальной феноменологической модели.

Исследования выполнены при поддержке РФФИ, грант № 12-08-00815-а

Список литературы

1. Ломакин Е.В. Механика сред с зависящими от вида напряженного состояния свойствами // Физическая мезомеханика. -2007. № 10 (5). С. 41–52.
2. Шестаков Н.А., Субич В.Н., Демин В.А. Уплотнение, консолидация и разрушение пористых материалов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 264 с.
3. Шестаков Н.А., Субич В.Н., Власов Ал.В. Методика определения функций плотности пористых материалов//Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. - 2012, № 8, с. 26–31.
4. Власов А.В., Субич В.Н., Шестаков Н.А. Моделирование механических свойств пористых и композитных материалов// Заготовительные производства в машиностроении. 2010. № 3. С. 31–35.
5. Шестаков Н.А., Субич В.Н., Власов Д.А. Расчетный метод построения истинных кривых упрочнения пористых и композиционных материалов // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2010, № 10, с. 15–20.
6. Власов А.В., Шестаков Н.А., Субич В.Н. и др. Программный комплекс Composit. Свидет. о гос. регистр программы для ЭВМ № 2011615526. Зарег. в реестре программ для ЭВМ 14.07.2011.
7. Анциферов В.Н., Перельман В.Е. Механика процессов прессования порошковых и композиционных материалов. М.: Изд. дом "Грааль." 2001. 628 с.

Шестаков Николай Александрович, д.т.н., проф., декан Автомобильного факультета, shes48@yandex.ru, Россия, Москва, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный индустриальный университет».

Бормотов Александр Александрович, аспирант, Россия, Москва, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный индустриальный университет»

DISCRETE AND CONTINUAL MODEL OF A PLASTIC CURRENT OF POROUS MATERIALS

N.A. Shestakov, A.A. Bormotov

On the basis of discrete KE-model of representative volume (a material point) porous environment quantitative dependence of the physical functions defining a plastic current of the porous is established is irreversible squeezed materials, from the tension scheme. The developed discrete model provides quantitative data on the specified influence for their use in continual phenomenological model of porous environments.

Key words: powder materials, theory of plasticity, density function, loading scheme.

Shestakov Nikolay Aleksandrovich - doctor of technical science, professor, dean of Automobile faculty, shes48@yandex.ru, Russian Federation, Moscow, Federal public budgetary educational institution of higher education "Moscow state industrial university".

Bormotov Aleksandr Aleksandrovich, post graduate, Russian Federation, Moscow, Federal public budgetary educational institution of higher education "Moscow state industrial university"

УДК 621.983; 539.974

ПОСТРОЕНИЕ ВТОРИЧНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ ИЗДЕЛИЯ С ВНУТРЕННИМ РИФЛЕНИЕМ

О.Н. Митин, Ю.А. Иванов

В статье представлены результаты исследования влияния геометрических размеров инструмента и условий трения на силовые параметры процесса формирования рифлей на внутреннюю поверхность цилиндрического стакана.

Ключевые слова: метод конечных элементов, редуцирование, съем, теория планирования многофакторного эксперимента.

Ранее в работах [2, 3] был рассмотрен процесс получения цилиндрического стакана с внутренними рифлениями (рис. 1), включающий в себя операции редуцирования и съема заготовки с рифленого пуансона.



Рис. 1. Цилиндрический стакан с рифлениями в разрезе

Для проектирования технологического процесса получения изделий данного типа, необходимо знать простейшие регрессионные зависимости, приближенно отражающие силовые параметры процессов редуцирования и съема заготовки в зависимости от геометрии инструмента и условий тре-